

# JMO 添削課題 20191010

2019 年 10 月 10 日

## A 代数

### A-1

$N$  を正の整数とする.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{N}$$

を満たす順序付きの整数の組  $(x, y)$  がちょうど 2005 組あるとする. このとき,  $N$  は平方数であることを証明せよ.

出典 : 2005 British MO Round 2 # 1

## C 組合せ

### C-1

平面内のすべての格子点が赤, 緑, 青のいずれかの色で塗られている. このとき, 4 つの頂点すべてが同じ色になるような長方形が存在することを証明せよ.

出典 : 2006/07 USAMTS Round 1 # 4

## G 幾何

### G-1

鋭角三角形  $ABC$  に対して,  $B$  から  $CA$  に下ろした垂線の足を  $E$  とする. 三角形  $ABC$  の外接円に対して,  $B$  における接線を  $l$  とする.  $C$  から  $l$  に下ろした垂線の足を  $F$  とする. このとき,  $EF$  は  $AB$  と平行であることを証明せよ.

出典 : 2013/14 British MO Round 1 # 2

## N 整数論

### N-1

任意の自然数  $n$  について,  $\frac{21n+4}{14n+3}$  は既約分数であることを証明せよ.

出典 : 1959 IMO # 1